

Пример решения задачи по теме «Движение тела под действием нескольких сил»

Задача. Через какое время после начала аварийного торможения остановится автобус, движущийся со скоростью 43,2 км/ч? Сила сопротивления движению равна 18 кН, масса автобуса 4,5 т. Каков тормозной путь автомобиля?

Дано:
 $v = 0 \frac{m}{c}$
 $v_0 = 12 \frac{m}{c}$
 $F_c = 18 \cdot 10^3 \text{ Н}$
 $m = 4,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$
 $t = ?$
 $\Delta r = ?$

Решение:

1. Анализ:

- явление: движение;
- особенности: движение прямолинейное, равноускоренное;
- законы: уравнения кинематики $v_x(t)$, $x(t)$

2. Сделаем рисунок, на котором укажем

- направление векторов скоростей \vec{v}_0 , \vec{v} ;
- направление вектора ускорения \vec{a} ;
- направление вектора перемещения $\Delta \vec{r}$.

3. Выберем систему отсчёта

- тело отсчёта – земля, начало отсчёта расстояния – точка, в которой скорость автобуса равна v_0
- координатную ось X направим вправо, ось Y – вверх.
- начало отсчёта времени – момент, когда скорость автобуса равна v_0

4. Запишем уравнение зависимости скорости от времени и перемещения от времени

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_x \cdot t & (1) \\ \Delta r_x = x - x_0 = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} & (2) \end{cases}$$

5. Найдем проекции векторов на ось OX:

$v_x(t) = 0$ по условию

$v_{0x} = +v_0$, м.к. $\vec{v}_0 \uparrow \uparrow OX$

$a_x = -a$, м.к. $\vec{a} \uparrow \downarrow OX$

$\Delta r_x = +\Delta r$, м.к. $\Delta \vec{r} \uparrow \uparrow OX$

$$\begin{cases} 0 = v_0 - a \cdot t & (1') \\ \Delta r = v_0 \cdot t - \frac{a t^2}{2} & (2') \end{cases}$$

6. Подставим найденные проекции в уравнения (1) и (2), получим

$$\begin{cases} 0 = v_0 - a \cdot t & (1') \\ \Delta r = v_0 \cdot t - \frac{a t^2}{2} & (2') \end{cases}$$

7. Из уравнения (1') выразим время $t = \frac{v_0}{a}$ (3)

Видим, что расчёт времени невозможен, так как неизвестно ускорение.

Замечание1. Можно ли воспользоваться уравнением (2')?

Ответ: нет, так как в нем мы не знаем и ускорение, и время.

В этой системе два уравнения, но три неизвестных (a , t , Δr) – система пока решения не имеет.

8. **Анализ.** Ускорение автобуса можно определить двумя способами – из уравнений динамики и уравнений кинематики.

Т.к. на автобус действуют силы, то воспользуемся основным уравнением динамики – вторым законом Ньютона.

9. Сделаем рисунок, на котором укажем

- направления векторов сил, приложенных к автобусу,
- направление вектора ускорения автобуса.

Замечание1. Почему ускорение автобуса направлено влево (по рисунку)?

Ответ: причина ускорения – сила. Нескомпенсированная сила сопротивления движению создаёт ускорение, направленное влево (по рисунку).

10. Запишем 2-ой закон Ньютона для автобуса (в векторном виде)

$$m\vec{g} + \vec{F}_c + \vec{N} = m\vec{a} \quad (4)$$

Замечание2. Как перейти от векторной формы записи к скалярной форме?

Ответ: способом нахождения проекций векторов на координатные оси.

Замечание3. Доказано на уроке «Векторы в физике» (дата урока 06.09.2016 или 07.09.2016): проекция суммы векторов на ось равна сумме проекций этих векторов на ту же ось. Поэтому

$$mg_x + F_{cx} + N_x = ma_x \quad (5)$$

$$mg_y + F_{cy} + N_y = ma_y \quad (6)$$

Т.е. одному векторному уравнению соответствуют 2 скалярных на плоскости (по числу осей).

11. Найдем проекции сил на оси

OX:

$$mg_x = 0, \text{ м.к. } m\vec{g} \perp OX$$

$$F_{cx} = -F_c, \text{ м.к. } \vec{F}_c \uparrow \downarrow OX$$

$$N_x = 0, \text{ м.к. } \vec{N} \perp OX$$

$$a_x = -a, \text{ м.к. } \vec{a} \uparrow \downarrow OX$$

OY:

$$mg_y = -mg, \text{ м.к. } m\vec{g} \downarrow \downarrow OY$$

$$F_{cy} = 0, \text{ м.к. } \vec{F}_c \perp OY$$

$$N_y = N, \text{ м.к. } \vec{N} \uparrow \uparrow OY$$

$$a_y = 0, \text{ м.к. } \vec{a} \perp OY$$

12. Подставим найденные проекции в уравнения (2) и (3):

2-ой закон Ньютона для автобуса в проекциях на ось OX: $0 - F_c + 0 = -ma \Rightarrow F_c = ma \quad (7)$

2-ой закон Ньютона для автобуса в проекциях на ось OY: $N + 0 - mg = 0 \Rightarrow N = mg \quad (8)$

13. Из уравнения (7) запишем ускорение $a = \frac{F_c}{m}$ и подставим в уравнение (3), откуда выразим время $t = \frac{m v_0}{F_c} \quad (4)$

Вычисления $t = \frac{4,5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 12 \text{ м/с}}{18 \cdot 10^3 \text{ Н}} = 3 \text{ с.}$

14. Ответим на второй вопрос – рассчитаем тормозной путь автобуса $\Delta r = v_0 \cdot t - \frac{F_c t^2}{2} = v_0 \cdot t - \frac{F_c t^2}{2m}$

Вычисления $\Delta r = 12 \frac{m}{c} \cdot 3 \text{ с} - \frac{18 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot 9 \text{ с}^2}{2 \cdot 4,5 \cdot 10^3 \text{ кг}} = 18 \text{ м.}$

15. При резком торможении полученные значения оценим как достоверные.

