

Для дополнительного изучения
Решение задач о движении связанных тел

Задача 1

На горизонтальной поверхности стола удерживают два маленьких гладких бруска массами $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$. Бруски связаны друг с другом легкой нерастяжимой нитью, которая натянута. В некоторый момент времени бруски отпускают. Одновременно на первый брусок начинает действовать сила \vec{F} так, как показано на рис. 60. В результате бруски начинают поступательно двигаться в направлении действия этой силы. Определите ускорения брусков, если модуль силы \vec{F} равен 6 Н.

Решение.

Шаг 0. Поскольку бруски движутся поступательно, будем считать их материальными точками.

Шаг 1. В качестве тела отсчета выберем стол. Ось X проведем горизонтально в направлении действия силы \vec{F} , ось Y — вертикально вверх.

Шаг 2. На рис. 60 изображены силы, действующие на бруски (все силы, действующие на первый брусок, имеют индекс «1», силы, действующие на второй брусок, — индекс «2»). Имеем: силы тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$, силы реакции опоры \vec{N}_1 и \vec{N}_2 , силу \vec{F} , силу упругости \vec{T}_1 , с которой нить действует на первый брусок, и силу \vec{T}_2 , с которой нить действует на второй брусок.

Шаг 3. Нас интересует движение брусков вдоль оси X . Поэтому определим проекции на ось X сил, действующих на бруски.

Проекция силы \vec{F} на ось X положительна и равна $F_x = F$, проекция силы упругости \vec{T}_1 отрицательна и равна ее модулю со знаком « $-$ »: $T_{1x} = -T_1$. Проекция силы упругости \vec{T}_2 равна $T_{2x} = T_2$. Проекции остальных сил на ось X равны нулю, так как они перпендикулярны этой оси. Следовательно, проек-

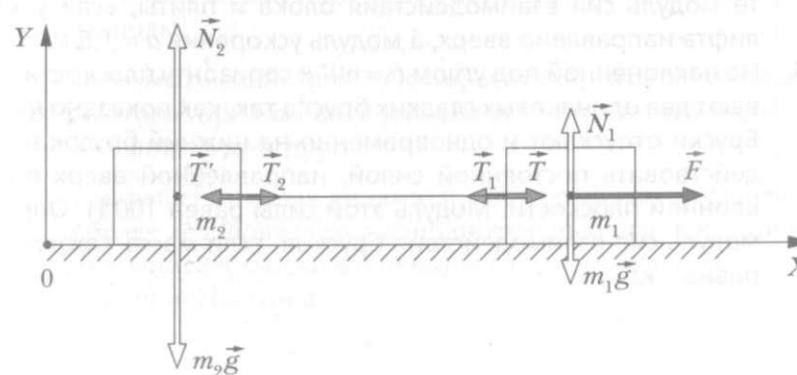


Рис. 60

ция на ось X суммы всех сил, действующих на первый брусок, равна $F - T_1$, а на второй брусок равна T_2 .

Шаг 4. Запишем второй закон Ньютона для обоих брусков в проекциях на ось X :

$$\begin{aligned} F - T_1 &= m_1 a_{1x}, \\ T_2 &= m_2 a_{2x}. \end{aligned}$$

Шаг 4*(новый). Отметим, что первый и второй бруски не взаимодействуют непосредственно друг с другом. Однако первый брусок взаимодействует с натянутой нитью. Нить, в свою очередь, взаимодействует со вторым бруском. Рассмотрим более подробно взаимодействие первого бруска и нити. Нить действует на этот брусок с силой \vec{T}_1 , направленной в отрицательном направлении оси X . Следовательно, по третьему закону Ньютона первый брусок действует на нить с такой же по модулю, но противоположно направленной силой \vec{T}' (см. рис. 60). Сила \vec{T}' действует в положительном направлении оси X . Поэтому ее проекция на эту ось положительна и равна модулю силы \vec{T}_1 :

$$T = T_1.$$

Нить действует на второй брусок силой \vec{T}_2 . Следовательно, по третьему закону Ньютона второй брусок действует на нить силой \vec{T}' , которая равна по модулю силе \vec{T}_2 , но направлена в противоположную сторону. Сила \vec{T}' действует в отрицательном направлении оси X . Поэтому ее проекция на эту ось отрицательна и равна модулю силы \vec{T}_2 со знаком « $-$ »:

$$T' = -T_2.$$

Таким образом, на нить действуют две силы: одна — со стороны первого бруска, другая — со стороны второго. Первый брусок тянет нить с силой \vec{T} в положительном направлении оси X . Одновременно второй брусок тянет ее с силой \vec{T}' в противоположном направлении (в отрицательном направлении оси X).

Если бы масса нити была равна m , а проекция на ось X ее ускорения равна a_x , то второй закон Ньютона для нити в проекции на ось X имел бы вид: $T - T' = ma_x$. По условию задачи масса нити пренебрежимо мала по сравнению с массами брусков. Поэтому можно считать, что $m = 0$, и тогда $T - T' = ma_x = 0 \cdot a_x = 0$. Следовательно, модули сил \vec{T} и \vec{T}' равны:

$$T = T'.$$

Так как модуль силы \vec{T} равен модулю силы \vec{T}_1 , а модуль силы \vec{T}' равен модулю силы \vec{T}_2 , получается, что:

$$T = T' = T_1 = T_2.$$

! Если натянутую нить считать невесомой, то силы натяжения в различных ее частях одинаковы по модулю.

Шаг 5. Не используется.

Шаг 6. По условию задачи нить нерастяжима, поэтому $a_{1x} = a_{2x}$. Обозначим их значения через a .

Шаг 7. С учетом полученных результатов система уравнений, записанная в шаге 4, имеет вид:

$$F - T = m_1 a, \quad (1)$$

$$T = m_2 a. \quad (2)$$

Шаг 8. Сложив уравнения (1) и (2), получим:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \text{ (м/c}^2\text{)}.$$

Ответ: $a = 2 \text{ м/c}^2$.

Теперь на примере решения задачи исследуем натяжения массивной нити в разных ее частях, когда эта нить движется с ускорением.